Pumpade arvutus. Pumba tõstekõrguse ja võimsuse arvutamine.

Olgu kaks reservuaari ühendatud terastoruga, *D=101,6mm*. Reservuaaride veetasapinnad on vastavalt *243,8m* ja *304,8m*. Toru kogupikkus on *914m*. Toru otsad asetsevad *1,52m* allpool veetasapindu. Selleks, et vesi liiguks alt-üles, on torule paigaldatud pump (sissevooluava lähedale, vältimaks kavitatsiooni ohtu). Leida pumba tõstekõrgus nii, et voolukiirus torus oleks *1,83 m/s*? Leida ka pumba võimsus?

Lahendus: Kasutame *Bernoull´*i võrrandit, ja valime tasakaalu punktideks vastavate reservuaaride veetasapinnad. Seega saame kirjutada, et

$$v_1 = v_2 = 0,$$
$$p_1 = p_2 = 0,$$
$$z_2 - z_1 = 304{,}8 - 243{,}8 = 61\ m$$

Kuna kokkusurumatu vedeliku puhul põhjustab pumba tõstekõrgus positiivse nihke voolamise koguenergia, siis kehtib:

$$h_p = (h_2 - h_1) + h_L \qquad \text{(teatavasti: } h = \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z \text{)}$$

Seega saame:

$$h_p = 61 + h_L \qquad \text{(a)}$$

Nüüd arvestades, et kohtsurvekadusid ei kaasa, leiame , mille saab arvutada *Darcy-Weisbach´*i valemist:

$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}.$$

Kuna $v = 1{,}83 \frac{m}{s}$, *L=914m*, *D=101,6mm* ja *g=9,81*, saame:

$$h_L = \frac{914}{0{,}1016} \cdot \frac{1{,}83^2}{2 \cdot 9{,}81} f = 1536 f \quad .$$

Viies selle võrdusesse (a) saame:

$$h_p = 61 + 1536 f \qquad \text{(b)}$$

Olgu veetemperatuur *T=21˚C*. Kinemaatiline viskoossus $\upsilon = 0{,}9827 \cdot 10^{-6}$. Saame *Reynolds´*i arvu:

$$\mathrm{Re} = \frac{vD}{\upsilon} = \frac{1{,}83 \cdot 0{,}1016}{0{,}9827 \cdot 10^{-6}} = 1{,}89 \cdot 10^5 \ .$$

Leiame suhtelise kareduse:

$$\frac{e}{D} = \frac{4,6 \cdot 10^{-2}}{101,6} = 0,00045 \ .$$

Nüüd *Moody* diagrammilt leiame *f-i*:

$$f = f(\mathrm{Re}, \frac{e}{D}) = 0,0188 \ .$$

Kasutades võrdust (b), saame

$$h_p = 61 + 1536 \cdot 0,0188 = 89,9m \ .$$

Järgnevalt leiame toru ristlõike pindala:

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,1016^2}{4} = 0,0081 m^2 \ .$$

Leiame ka vooluhulga:

$$Q = v \cdot A = 1,83 \cdot 0,0081 = 0,0148 \frac{m^3}{s} \ .$$

Võimsuse jaoks on valem:

$$P_0 = \rho g \cdot Q \cdot h_p = 998 \cdot 9,81 \cdot 0,0148 \cdot 89,9 = 13'026,2W$$

(1hp = 746W)

Seega lõppvastus, pump peab töötama tõstekõrgusel *89,9m* ja võimsusega *17,5 hp*.

See lõpetab ülesande.

Pumba kontroll

Oletame, et eelmises ülesandes esitatud pumba graafik on ligikaudselt esitatav võrrandiga:

$H = 122 - 129101Q^2$. Kontrollida, kas pump on piisav, tagamaks vooluhulka *14,8 l/s* (*1,83m/s*) süsteemis.

Lahendus: Valemitest: $h_p = 61 + h_L$ ja

$$h_L = f\frac{L}{D}\frac{v^2}{2g} = f\frac{L}{D}\cdot\frac{Q^2}{A^2\cdot 2g} = f\frac{L}{D}\cdot\frac{Q^2\cdot 16}{\pi^2\cdot D^4\cdot 2g} = \frac{914}{0{,}1016}\cdot\frac{Q^2\cdot 16}{3{,}14^2\cdot 0{,}1016^4\cdot 2\cdot 9{,}81}f =$$

$$= 6982957\cdot f\cdot Q^2$$

Kuna *f* on funktsioon *Reynolds´i* arvust, mis teisisõnu taandub *Q-le* (läbi kiiruse), siis meid huvitab vooluhulga vahemik, mis katab pumba tööpiirkonda s.o ligikaudu [*0,1 ; 29,9*] *l/s*. Võib leida uue *f* väärtuse, kuid selgub, et selles vahemikus on see peaaegu konstantne suurus: *f = 0,0188*. Sama väärtuse saime eelmises ülesandes. Seega saame võrduse üles kirjutada lihtsamal kujul:

$H = 61 + 131278Q^2$ (süsteemi kõver),

Pumba kõver oli: $H = 122 - 129101Q^2$.

Lahendades kaks viimast võrdust, saame:

$$122 - 129101Q^2 = 61 + 131278Q^2$$

$$61 = 260379Q^2$$

$Q = 0{,}0153\frac{m^3}{s}$ (*15,3 l/s*)

ja $H = 91{,}7m$.

Kuna vooluhulk on vajatavast vooluhulgast veidi suurem, siis järelikult tagab vastav pump süsteemi normaalse töö. Vooluhulka (pumba-) saab vähendada kas mõne klapiga või kasutades pumba tööratta pööretearvu vähendamist ajaühikus.

See lõpetab ülesande.

Järjestikku ja paralleelselt paigutatud pumbad

Tihtipeale tuleb süsteemis kasutada rohkem kui ühte pumpa, kas siis suurema vooluhulga või tõstekõrguse saamiseks. Selleks, et saada suurem vooluhulk, paigutatakse pumbad paralleelselt. Suurema tõstekõrguse saamiseks aga järjestikku.

Lahendus: Olgu meil kolm pumpa, millede karakteristlikud kõverad on esitatavad:

$$H = 1 - Q^2,$$
$$H = 2 - 1.5Q^2,$$
$$H = 3 - 2Q^2.$$

Kui üldavaldis pumba karakteristliku kõvera jaoks kirja panna alljärgnevalt:

$$H = a_1 - b_1 Q^2$$

Siis pumpade järjestikusel ühendamisel saab summaarse *H-Q* kõvera leida järgmise valemi abil:

$$H = (a_1 + a_2 + a_3) - (b_1 Q^2 + b_2 Q^2 + b_3 Q^2)\,.$$

Seega saame meie:

$$H = (1 + 2 + 3) - (1 + 1.5 + 2)Q^2 = 6 - 4.5Q^2\,.$$

Kui pumbad paigutada paralleelselt, siis *H-Q* kõvera avaldub üldjuhul:

$$Q = \left(\frac{a_1 - H}{b_1}\right)^{1/2} + \left(\frac{a_2 - H}{b_2}\right)^{1/2} + \left(\frac{a_3 - H}{b_3}\right)^{1/2}.$$

Vastavaid näitegraafikuid kasutades leiame et:

$$Q = \sqrt{1 - H} + 0.816\sqrt{2 - H} + 0.707\sqrt{3 - H}\,.$$

See lõpetab ülesande.

Survetõstepumbad

Pika vahemaa taha pumpamisel ei ole otstarbekas asetada suurema vooluhulga saamiseks kõik pumbad sissevoolu ava lähedale. See tõstaks rõhu toru alguses niivõrd kõrgele, et nõuaks väga paksuseinaliste torude kasutamist. Seega oleks mõistlik pumbad trassi peale ära jaotada – selliseid pump nimetatakse survetõstepumpadeks.

Olgu meil terastoru, läbimõõduga *305mm*. Kasutatakse nt bensiini pumpamiseks *193 121m* kaugusele, staatiliste kõrguste vahe *91m*. Süsteemi on lisatud *3* pumpa, mis asetsevad *Tabeli 1* kohaselt. Leida vooluhulk läbi torustiku ning rõhk enne ja pärast igat pumpa. Leida, kas mingis süsteemipunktis on kaviteerumise oht. Eeldada, et vedeliku temperatuur on *T=16°C*. Vastav kinemaatiline viskoossus on $\upsilon = 0{,}46 \cdot 10^{-6} \dfrac{m^2}{s}$ ja vaakumi rõhk $p_V = 55000 \dfrac{N}{m^2}$.

Tabel 1.

Pump (nr)	*Asukoht sissevoolust (m)*	*Vahemaa eelmisest punktist (m)*	*Kõrguste vahe sissevooluavaga võrreldes (m)*	*Kõrguse kasv (m)*	*Pumba H-Q kõver*
Sissevool	*0*	*0*	*0*	*0*	
1	*9*	*9*	*3*	*3*	$H=671-6801Q^2$
2	*48 768*	*48 759*	*46*	*43*	$H=610-8378Q^2$
3	*109 728*	*60 960*	*76*	*30*	$H=549-11425Q^2$
Väljavool	*193 121*	*83 393*	*91*	*15*	

Lahendus:

Toru *D = 305mm*, $A = \dfrac{\pi D^2}{4} = 0{,}073 m^2$, *L = 193 121m*, *g = 9,81m/s²*, $h_s = 91m$.

Süsteemi nõue on seega:

$$H = H_S + C_4 \cdot Q^2 \qquad (1)$$

(staatiline kõrgus $H_S = z_2 - z_1 = 91m$)

$$C_4 = \frac{(f\frac{L}{D} + \Sigma K)}{2gA^2} = \frac{L}{2gA^2 D} f = 6055987 f \qquad (a)$$

Kui rakendada *(1)* süsteemi sissevoolust väljavooluni, saame

$$H_1 + H_2 + H_3 = 91 + 6055987 fQ^2 \qquad (b)$$

Pumpade karakteristlikud kõverad on:

$$H_1 = 671 - 6801Q^2 \qquad (c)$$
$$H_2 = 610 - 8378Q^2 \qquad (d)$$
$$H_3 = 549 - 11425Q^2 \qquad (e)$$

Võrrandite *(b) – (e)* lahendamiseks võrdsustame: $H_1 + H_2 + H_3 = H$, siis saame neli võrdust kirja panna kahena:

$H = 91 + 6055987 fQ^2$ (süsteemi) *(f)*

$H = 1830 - 26604 Q^2$ (pumba) *(g)*

Kombineerides *(f)* ja *(g)* saame:

$$Q = \sqrt{\frac{1739}{26604 + 6055987 f}} \qquad (h)$$

Võrdust *(h)* saab lahendada iteratsioonide teel, määrates mõistliku alg *f*-väärtuse.

Vedelikuks oli meil bensiin (*T=16C*), seega kinemaatilise viskoossuse leiame tabelist: $\nu = 0{,}46 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s}$.

Saame *Reynolds´i* arvu: $\mathrm{Re} = \frac{D \cdot Q}{A \cdot \nu} = 9{,}08 \cdot 10^6 Q$, suhteline karedus $\frac{e}{D} = 0{,}00015$. Kasutades *Moody* diagrammi, on *f* väärtus *10*^{6} juures *f = 0,014*. Kasutades seda *f*-i väärtust, saame vooluhulga $Q = 0{,}125 \frac{m^3}{s}$. Selle *Q* järgi leiame uue *Re* arvu:

$\mathrm{Re} = 1{,}14 \cdot 10^6$, otsides nüüd täpsemalt uut *f*-i väärtust, näeme, et ($\mathrm{Re} = 1{,}14 \cdot 10^6$) $f = 0{,}014$. Seega väärtus ei muutunud ning kasutame seda lõpliku vooluhulga määramisel.

$Q = 0{,}125 \frac{m^3}{s}$ ja *Reynolds´i* arv jääb samaks ehk $\mathrm{Re} = 1{,}14 \cdot 10^6$.

Võrrandis *(g)* aga saame vastava survekõrguse:

$$H = 1830 - 26604 \cdot 0{,}125^2 = 1414 m .$$

Kuna vooluhulga me määrasime, siis saame leida vastavad survekõrgused ka võrdustest *(c)*, *(d)*, *(e)*:

$$H_1 = 671 - 6801 \cdot 0{,}125^2 = 565 m$$
$$H_2 = 610 - 8378 \cdot 0{,}125^2 = 479 m$$
$$H_3 = 549 - 11425 \cdot 0{,}125^2 = 370 m$$

Võime kontrolli mõttes need kokku liita, saame:

$H_1 + H_2 + H_3 = 1414 m$ (OK!)

Selleks, et arvutada rõhku erinevates punktides (piki toru), leiame esmalt voolukiiruse:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0,125}{0,073} = 1,71\frac{m}{s},$$

leiame ka kiiruskõrguse:

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{1,71^2}{2 \cdot 9,81} = 0,149m.$$

Järgmisena leiame rõhud vastavates punktides:

- *Pumba 1* imemistoru poolses otsas:

$$\frac{p}{\rho g} = -3 - (1,5 + f\frac{9}{D})\frac{v^2}{2g} = -3 - (1,5 + 0,41) \cdot 0,149 = -3 - 0,28 = -3,28m$$

NB! Ülal arvestasime ka sissevoolul kohtsurvekao tegurit: *0,5*

- *Pumba 1* survetoru poolel:

$$\frac{p}{\rho g} = -3,28 + H_1 = -3,28 + 565 = 561,7m$$

- *Pumba 2* imemistoru poolses otsas:

$$\frac{p}{\rho g} = 561,7 - 43 - f\frac{48759}{D}\frac{v^2}{2g} = 561,7 - 43 - 333,5 = 185,2m$$

- *Pumba 2* survetoru poolel:

$$\frac{p}{\rho g} = 185,2 + H_2 = 185,2 + 479 = 664,2m$$

- *Pumba 3* imemistoru poolses otsas:

$$\frac{p}{\rho g} = 664,2 - 30 - f \cdot \frac{60960}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} = 664,2 - 30 - 416,9 = 217,3m$$

- *Pumba 3* survetoru poolel:

$$\frac{p}{\rho g} = 217,3 + H_3 = 217,3 + 370 = 587,3m$$

- Torustiku lõpus (väljavool)

$$\frac{p}{\rho g} = 587,3 - 15 - f \cdot \frac{83393}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} = 587,3 - 15 - 570,4 = 1,9m$$

Märkus: Rõhk väljavoolul peab tegelikult olema null. Leitud *1,9m* näitab seega arvutusviga. Madalaim rõhk on esimese pumba imemistoru poolses otsas, ligikaudu *-3,3m* (bensiinisammast). Teisisõnu vastab see (allpool atm. rõhku):

$3{,}3 \cdot 680 \cdot 9{,}81 = 22014 \ Pa$ (korrutasime vastava bensiinisamba läbi bensiini tihedusega ja raskuskiirendusega)

Teades, et atm. rõhk on: $p_{atm} = 98100 \ Pa$, saame selles punktis bensiini absoluutse rõhu:

$$98100 - 22014 = 76086 Pa$$

Kuna algtingimustes oli öeldud, et bensiini vaakumi rõhk on $55000 Pa$, mis on väiksem kui $76086 Pa$, saame öelda, et bensiin ei aurustu torus, ega kaviteeri ka toru. Siiski, kuna rõhk kindlates pumba osades on madalam kui imemistoru otsas, võib kavitatsioon ilmneda pumbas eneses. Pumba kaviteerimise võimalikkust kontrollime pumba pos. imemiskõrgust kirjeldava avaldise kaudu:

$$NPSH(saada) = \frac{p_a}{\rho g} + h_s - h_L - h_V$$

Vastavad liikmed meil on:

$$\frac{p_a}{\rho g} = 14{,}7m$$
$$h_s = -3m$$
$$h_V = \frac{55000}{680 \cdot 9{,}81} = 8{,}24m$$
$$h_L = 0{,}28m$$

Saame: $NPSH = 14{,}7 - 3 - 0{,}28 - 8{,}24 = 3{,}18m$

Seega võime kokkuvõtteks öelda, et kui *Pump 1* omab $NPSH > 3{,}18 \ m$, siis pump kaviteerub.

See lõpetab ülesande.